

Autómatas celulares para modelar usos de suelo urbano. Una revisión del modelo de White



Cellular Automata like a tool for the modeling of urban land use: A White's model review

B R E C H A S

Se presenta y analiza el modelo de usos de suelo basado en autómatas celulares propuesto por Roger White. La metodología básica usada en el modelado urbano con autómatas celulares es examinada. Se muestran los métodos probabilísticos utilizados en el análisis del modelado de fenómenos con autómatas celulares. Además, se presenta el sistema de modelado de usos de suelo basado en autómatas celulares (SMUSBAC) desarrollado por los autores para estudiar la dinámica del modelo de White.

White's land use model based in Cellular Automata (CA) is presented and analyzed. The methodology used to model urban phenomena through CA is examined. Furthermore, a software tool (SMUSBAC: Land use modeling system based in cellular automata) developed by the authors is showed.

A N T O N I O A G U I L E R A O N T I V E R O S
C A R M E N C A R R I L L O J A I M E
G E R A R D O G R A G E D A S A L I N A S *

Autómatas celulares para modelar usos de suelo urbano: Una revisión del modelo de White**

L ■ Introducción

Los autómatas celulares (AC) fueron creados por John von Neumann como herramienta para investigar sistemas autorreproductivos (von Neumann, 1966); en la actualidad, son cada vez más usados en el modelado y simulación de fenómenos urbanos. Tobler (1979b) fue el primero en proponer un modelado geográfico basado en autómatas celulares. La idea de Tobler fue desarrollada, más tarde, por Couclelis (1985; 1989; 1996) y Takeyama (1996). El primero usó la idea del modelado a través de autómatas celulares para explorar la naturaleza dinámica del espacio urbano y su influencia en la formación de patrones espaciales en las ciudades; sin embargo, no aplicó a ninguna ciudad específica su modelo. No obstante, tanto Couclelis como Takeyama propusieron el uso de autómatas celulares como manera de modelar la dinámica espacial de sistemas urbanos, dentro del marco de acción de un sistema de información geográfica.

Las áreas de investigación urbana en que se han usado exitosamente los modelos de autómatas celulares son:

- a) Crecimiento urbano y morfología urbana. En esta área los modelos de autómatas celulares son usados para representar los distintos factores que

* El Colegio de San Luis. Correo electrónico: aaguilera@colsan.edu.mx

** Este trabajo fue realizado con el apoyo de la DAI-CONACYT, que financió esta investigación a través del proyecto: 29344-S.

influyen en el crecimiento de las ciudades. Asimismo, se trata de reproducir los patrones morfológicos de las ciudades mediante la dinámica interna de los autómatas celulares (Couclelis, 1985; 1989; 1996; Batty y Xie, 1996; Clarke *et al.*, 1996).

- b) Dinámica del mercado de bienes raíces. Con base en los trabajos previos de Cecchini y Viola (1990, 1996), Sichirollo (1996) ha utilizado un modelo de autómatas celulares para investigar el comportamiento de la dinámica del mercado inmobiliario en el área de la ciudad de Mestre, Italia. Su modelo es muy interesante, ya que las reglas de transformación del valor del suelo que propone son totalmente empíricas y, sin embargo, capaces de reproducir la dinámica global existente. En esta misma línea son importantes los modelos de Portugali *et al.* (1994) y Portugali y Benenson (1995, 1997).
- c) Ecología urbana. Spiekermann y Wegener (1995) han utilizado los autómatas celulares para modelar el patrón de difusión de contaminantes urbanos, sobre la base de la localización de las fuentes de contaminación.
- d) Modelado de sistemas de transporte urbano. Los autómatas celulares se han aplicado exitosamente en el modelado y simulación integral de redes urbanas de transporte. Esta línea de investigación se ha aplicado al estudio del sistema de autopistas alemanas (Nagel y Schreckenberg, 1992, y Schadschnieder y Schreckenberg, 1993).
- e) Dinámica de los usos de suelo. Uno de los usos más interesantes de los autómatas celulares es como modelo de la dinámica de los usos de suelo. En este sentido, los modelos basados en autómatas celulares consideran la localización y densidad de las actividades socioeconómicas como factores que influyen en la evolución espacial de dichas actividades. Esta influencia ocurre en una vecindad, la cual tiene un radio específico. La distribución de las actividades, en un tiempo dado, incrementa el potencial de desarrollo de esas mismas actividades en un futuro, mientras que limita el desarrollo de otras. Con base en estas ideas, las ciudades son consideradas sistemas dinámicos discretos, gobernados por interacciones espaciales que acontecen en diferentes niveles. Además, el uso de los autómatas celulares permite estudiar los procesos de formación de la estructura urbana de usos de suelo como fenómenos emergentes, esto es, como comportamientos macroscópicos que surgen de la interacción compleja

de un conjunto de comportamientos microscópicos; Batty y Xie (1994, 1996), White y Engelen (1993a, 1993b, 1994, 1997) Engelen *et al.* (1997) y White (1998) han desarrollado este tipo de modelos.

En este artículo se expone y analiza el modelo de usos de suelo basado en autómatas celulares propuesto por Roger White (1998). Este es, hasta la fecha, uno de los pocos modelos urbanos basados en autómatas celulares (otro es el modelo de crecimiento urbano de Clarke *et al.*, 1996) que ha estado sujeto a amplios análisis de sensibilidad, y ha sido extensamente probado en ciudades reales. Consideramos de utilidad estudiar este modelo para: a) examinar la metodología básica usada en el modelado urbano con autómatas celulares; b) mostrar los métodos probabilísticos utilizados en el análisis del modelado de fenómenos con autómatas celulares, y c) establecer el tipo de resultados posibles usando autómatas celulares extremadamente simples. Para esto hemos dividido este artículo en tres partes. En la primera se revisan los conceptos de estructura urbana y la relación de los usos de suelo con dicha estructura; se dan las ideas básicas del modelado de usos de suelo usando autómatas celulares. En la segunda se presenta el modelo de White; se explican los supuestos del modelo, y se establece la forma matemática del mismo. En la tercera se muestra el funcionamiento del modelo de White; se da un conjunto de simulaciones realizadas con un programa computacional desarrollado por nuestra cuenta; asimismo, se muestra la característica de autoorganización del modelo de White. Por último se exponen las conclusiones de este estudio.

■ Estructura urbana y evolución de los usos de suelo

Al hablar de la estructura urbana se hace referencia a un conjunto de cualidades de las ciudades que el investigador urbano utiliza para caracterizarlas. La estructura está formada por elementos que, al mismo tiempo, están subordinados a la misma. Asimismo, la estructura permite y restringe un conjunto de transformaciones y cambios entre los elementos de la estructura. Por último, la estructura es mantenida en el tiempo y en el espacio mediante procesos entre los elementos, los cuales tienen la característica de ser autoorganizados, esto es, los procesos no siguen un comportamiento aleatorio (Munizaga, 2000; 27-45).

La estructura urbana puede ser estudiada a través de un análisis de las diferentes características que la conforman. Se puede plantear la existencia de una estructura socioeconómica, una estructura política, una estructura espacial, una estructura de flujos, etcétera. Cada una de estas características se articula con las demás, y crea la estructura global de una ciudad.

La evolución de las ciudades está marcada por cambios recurrentes en su estructura. Son múltiples las causas de estos cambios, tales como la descentralización de la industria local y los procesos de crecimiento diferenciado, como la suburbanización y la relocalización espacial de actividades. Además, la estructura urbana es resultado de una cadena particular de incidentes históricos, algunos de los cuales tienen origen dentro de la misma ciudad. Las decisiones tomadas por los individuos, las compañías y los grupos políticos y sociales que cohabitan, o no lo hacen, la ciudad tienen consecuencias en el tiempo, y constituyen factores internos y externos que confieren a la ciudad una estructura y una historia únicas.

La estructura espacial urbana es resultado de dos procesos mutuamente dependientes por medio de los cuales los seres humanos ubican en determinados lugares de la ciudad sus actividades y las edificaciones en las que realizarán dichas actividades. El primer proceso se refiere a la creación y ubicación de la estructura física (edificaciones) en respuesta a la demanda agregada de espacio generada por todas las actividades humanas y a las oportunidades económicas que dichas actividades promueven. El segundo proceso localiza las actividades dentro de la estructura física de acuerdo con la relación funcional de las actividades entre sí y las posibilidades económicas de los seres humanos que quieren realizar esas actividades (Bazant, 1983: 148-170).

La organización espacial de las actividades humanas en la ciudad y la estructura física que sustenta dichas actividades conforman el patrón de usos de suelo urbano. Tradicionalmente, la estructuración espacial urbana de los usos de suelo ha sido estudiada mediante modelos sustentados en la teoría general de la economía urbana. Dentro de esta línea se han desarrollado modelos dinámicos y estocásticos fundamentados en la evolución temporal y espacial de las actividades humanas. Las actividades de producción, empleo y residencia han sido tradicionalmente vistas como los principales factores que influyen en la estructura espacial de los usos de suelo en una ciudad (Wilson, 1980).

Los modelos de usos de suelo basados en autómatas celulares estudian la

formación de patrones de usos de suelo usando una perspectiva distinta. Se considera que el comportamiento global de un sistema urbano y, por lo tanto, los procesos de formación de usos de suelo derivan de la integración de muchos comportamientos locales específicos. El espacio urbano es dividido, entonces, en *celdas*, que pueden estar vacías u ocupadas por distintos tipos de actividades, tales como el comercio, la industria, la habitación, la recreación, etcétera. En otros casos, las celdas pueden estar ocupadas por grupos sociales diferenciados entre sí, ya sea por alguna característica socioeconómica o cultural como, por ejemplo, el ingreso *per capita*. La dinámica de estas celdas es gobernada por reglas de transición. Estas reglas se fundamentan en observaciones empíricas de la realidad socioeconómica sobre el espacio geográfico. Se parte de la primera ley de la geografía de Tobler (1979a): “en geografía todo está relacionado con todo, pero las cosas cercanas están más relacionadas que las cosas distantes”. La cercanía o lejanía de ciertos tipos de procesos o actividades inhibe o estimula el surgimiento y desarrollo de otras actividades en sus cercanías. Además, se considera que los agentes económicos tienen mecanismos de decisión acerca del uso del suelo distintos a la maximización de ganancias o minimización de costos supuestos por la teoría económica tradicional. La complejidad de estas decisiones genera un nivel de ignorancia, tratada a través de elementos aleatorios que influyen en la dinámica del modelo. Una introducción breve y no matemática a la teoría de los autómatas celulares como modelos urbanos puede ser encontrada en Aguilera (2000).

■ El modelo de White

El modelo de usos de suelo planteado por Roger White toma en cuenta las consideraciones anteriores; además, los siguientes hechos:

1. Los modelos tradicionales de uso de suelo urbano se basan en un conjunto supuesto de factores principalmente económicos y demográficos, que no corresponden a las observaciones realizadas por los economistas empíricos.
2. La dimensión espacial y las autocorrelaciones identificadas entre los diferentes usos de suelo en una ciudad no están presentes en los modelos clásicos de uso de suelo.

3. Los modelos tradicionales de uso de suelo no son capaces de representar la influencia de las vías principales de comunicación en las actividades económicas de la ciudad.

White construyó un autómata celular con la finalidad de establecer un mecanismo basado en un conjunto mínimo de factores, capaz de reproducir la estructura espacial que presentan los usos de suelo en una ciudad. El autómata celular establecido considera y modela un conjunto de observaciones empíricas de orden geográfico y económico, tales como la propensión de las áreas urbanas aledañas a las vías principales de comunicación de tener un uso de suelo mayoritariamente comercial, la densificación de los usos de suelo específicos en ciertas zonas, etcétera.

Formalmente, el autómata celular de White consta de un espacio celular finito que representa un área urbana hipotética. Los distintos usos de suelo son identificados con los elementos del conjunto de estados del autómata celular. White define dos tipos de estados, los activos y los fijos. Los primeros representan usos de suelo convencionales, tales como el residencial o el industrial, los cuales pueden cambiar con el tiempo. Los segundos representan la infraestructura vial o accidentes naturales del terreno como, por ejemplo, un río o una barranca.

La reglas de transición de estado son definidas a través de una función que relaciona cuatro tipos de factores:

- Las conveniencias intrínsecas entre los distintos usos de suelo, que representan aspectos heterogéneos del espacio geográfico que está siendo modelado. Estas conveniencias para que un uso de suelo, localizado en un punto específico, se transforme en otro o permanezca sin cambio están relacionadas con cuestiones que van desde la calidad del suelo hasta restricciones legales o presiones económicas especulativas.
- El efecto sobre un uso de suelo específico de la existencia de usos de suelo aledaños. Este tipo de efecto puede ser atractivo o repulsivo, ya que algunos tipos de suelo atraen a unos y repelen a otros. Por ejemplo, un uso de suelo residencial atrae el uso comercial, mientras que repele el industrial.
- El efecto de la accesibilidad local, que representa la facilidad de acceso a la red de transporte.

- Una perturbación estocástica que captura el efecto del conocimiento imperfecto y las necesidades y gustos variantes entre los actores implícitos cuyas decisiones repercuten en los usos de suelo.

Se define una función para calcular un vector de potenciales de transición para cada celda activa. Luego se aplica la regla de transición; esto es, se cambia el estado de cada celda al estado para el cual tiene el más elevado potencial. Los potenciales se calculan como sigue:

$$P_{hj} = va_j s_j (1 + \sum_k \sum_i \sum_d m_{kd} I_{id}) + H_j \quad (\text{ec. 1})$$

Donde:

P_{hj} es el potencial de transición del estado h al estado j .

m_{kd} es un parámetro de peso aplicado a las celdas con estado k y una distancia d de la celda central. Usualmente, las celdas más cercanas a la celda central tienen mayor peso que las celdas alejadas. Sin embargo, los pesos pueden ser positivos si los estados son compatibles, mientras que se recomienda utilizar valores negativos de los pesos cuando los estados son antagónicos.

$I_{id} = 1$, si el estado de la celda $i = k$, de otro modo $I_{id} = 0$, donde i es el índice de suma de las celdas situadas dentro de un radio d de la celda central (la función de I_{id} es asegurar que se contabilicen los pesos de las celdas localizadas en la posición i, d que tengan el estado k).

H_j es un parámetro inercial, $H_j > 0$ si $j = h$, de otra forma $H_j = 0$ (H_j incrementa la probabilidad de que una celda permanezca en su estado actual).

s_j es la conveniencia de estados de la celda de j , donde $0 \leq s_j \leq 1$

a_j es el parámetro de accesibilidad, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$a_j = (1 + D / \delta_j)^{-1}$$

donde D es la distancia euclidiana medida desde la celda central hasta la celda fija (una celda fija es aquella que tiene estados fijos) más cercana. δ_j es un coeficiente de accesibilidad, que expresa la relevancia de la accesibilidad de la celda para que se dé el uso de suelo j .

v es un término estocástico de perturbación, donde $v = 1 + (-\ln(r))^\alpha$. En donde α es un parámetro que permite controlar el tamaño de la perturbación. En esta última ecuación, r es una variable aleatoria uniforme que varía de 0 a 1.

■ Simulaciones, resultados y discusión de la dinámica del autómata de White

El autómata de White es un modelo probabilístico que puede ser implementado a través de un programa computacional. Por esta razón se desarrolló el SMUSBAC (Sistema de Modelado Urbano Basado en Autómatas Celulares), que fue construido usando Visual Basic 5.0. El funcionamiento general del SMUSBAC se basa en la construcción y simulación de escenarios de usos de suelo. Un escenario está conformado por: a) un espacio celular cuadrado; b) una configuración inicial de estados, los cuales se toman de un conjunto de cuatro estados posibles (habitacional, comercial, industrial y camino); c) un conjunto de valores definidos por el usuario para los parámetros de perturbación estocástica, accesibilidad, conveniencia e inercia.

Existen dos formas de funcionamiento del SMUSBAC; la primera permite la generación de un nuevo escenario a partir de cero, y la segunda posibilita el uso de escenarios previamente creados. Al iniciar la sesión en su modalidad de sesión nueva, el sistema crea una matriz nula de $n \times n$, la cual se genera después de que el usuario introdujo el tamaño del espacio celular (el tamaño máximo permitido es de 1 000, pero para tamaños mayores de 50 el sistema se vuelve excesivamente lento) de su escenario en construcción. La matriz se guarda con un nombre específico proporcionado por el usuario. Una vez generada la matriz, el sistema entra en la interface de edición de escenarios. Esta es una ventana de diálogo que permite construir o editar sobre la base de un espacio celular un patrón específico de usos de suelo y un camino asociado. El usuario especifica un uso de suelo a través de la selección de un color tomado de una paleta de colores que está en la parte superior del cuadro de diálogo de edición de escenarios. Cada color está asociado a un número que codifica los cuatro usos de suelo. Una vez que el usuario determina el patrón de colores (usos de suelo y caminos) sobre el espacio celular, debe guardar la configuración. Esta acción lo lleva automáticamente al cuadro de diálogo de introducción de valores de los parámetros del autómata celular. Antes de proseguir es necesario hacer notar que existe una forma automática de generar un espacio celular con una configuración inicial de usos de suelo a través del botón *Generar_Ciudad_Aleatoria*. La acción de este botón consiste en generar una matriz cuyos elementos se obtienen a través de una función aleatoria cuyo objetivo es escoger entre alguno de los tres estados mutables del autómata. La función aleatoria

es equiprobable, por lo que se genera un patrón aleatorio uniforme en su distribución de los tres estados sobre el espacio celular.

En la parte de introducción de parámetros, el usuario tiene que alimentar al sistema con los valores específicos para el escenario que desea estudiar. Una vez hecho esto, el usuario establece el número de iteraciones que desea que realice el sistema. Cada iteración se almacena en un archivo de texto. Para obtener una copia del SMUSBAC mande su solicitud a: aaguilera@colsan.edu.mx.

Para realizar las simulaciones se definió un espacio celular de 10×10 . El espacio de estados fue compuesto por tres estados activos (habitacional, comercial e industrial) y uno fijo (camino). Por motivos de cómo está definido el autómata de White, el espacio celular fue restringido a 90 celdas capaces de cambiar su estado, ya que 10 celdas se restringieron para representar el camino. Los cálculos se realizaron sobre una vecindad de Moore, esto es, un arreglo en donde la celda central tiene cuatro vecinos ortogonales y cuatro diagonales. El SMUSBAC sólo permite utilizar este tipo de vecindad.

Se partió de una configuración inicial base, la cual consistía en una distribución aleatoria uniforme de los tres estados posibles sobre un espacio celular de 90 celdas. Para lograr esto se realizó una construcción aleatoria del espacio celular, donde cada celda contaba con la misma probabilidad de tener alguno de los tres estados ($P_1 = P_2 = P_3 = 1/3$). Debido a su sencillez, se utilizó el método de Monte Carlo para calcular la distribución aleatoria (Gordon, 1989; 107-127).

Se investigaron los valores de alfa igual a 0, 0.1, 0.5 y 0.9. Conforme alfa se incrementaba y se acercaba a 1.0, el ruido estocástico debería aumentar y, por lo tanto, el comportamiento del autómata debería alejarse significativamente del que manifestaba cuando alfa era igual a cero, esto es cuando el autómata no tiene comportamiento aleatorio. Los demás parámetros del autómata fueron establecidos en valores constantes de 0.5. Esta situación equivale a un escenario en el que los usos de suelo son considerados equivalentes (situación no realista), y permitió observar una situación en la cual la dinámica del autómata es el resultado de la variación del parámetro estocástico.

Las 90 celdas, cada una en un estado específico, constituyen una configuración. El espacio de configuraciones tiene entonces $3^{90} = 8.7279e+42$ arreglos espaciales posibles. Los tres estados posibles se distribuyen en diferentes configuraciones espaciales marcadas por la densidad de estados $\delta_i x_i / n$, esto es, el número de

celdas x_i en un estado particular i divididas sobre el número total de celdas n . La probabilidad de encontrar una configuración específica de los tres estados está dada por la probabilidad trinomial (Weimer, 1996; 273-274):

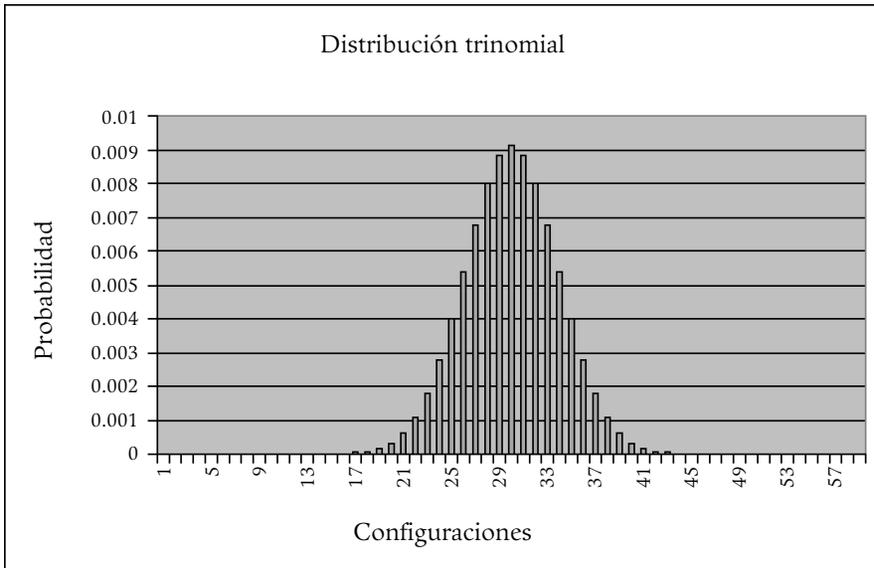
$$P(x_1, x_2, x_3) = \frac{n!}{x_1! x_2! x_3!} p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot p_3^{x_3} \quad (\text{ec. 2})$$

Donde $p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot p_3^{x_3}$ son las probabilidades específicas de cada estado i . En nuestro caso, los estados son equiprobables, por lo que la ecuación 2 se reduce a:

$$P(x_1, x_2, x_3) = \frac{n!}{x_1! x_2! x_3!} \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (\text{ec. 3})$$

Toda vez que $p_i = 1/3, i = 1, 2, 3$, y $x_1 + x_2 + x_3 = n$. La distribución trinomial para el caso de 90 celdas se comporta tal y como está mostrado en la figura 1.

FIGURA 1 COMPORTAMIENTO DE LA DISTRIBUCIÓN TRINOMIAL (ELABORACIÓN PROPIA)



Se sabe, tanto por observaciones empíricas como teóricas, que los usos de suelo no obedecen a distribuciones aleatorias, sino que presentan un orden estructural tanto en su densidad por unidad de área como en su patrón espacial (Balchin *et al.*, 1995:12-89; Hervey, 2000:228-246). Entonces, una forma de observar la conveniencia del modelo es observar si partiendo de una configuración inicial distribuida en forma aleatoria, el modelo logra a través de su evolución estados que sean ordenados.

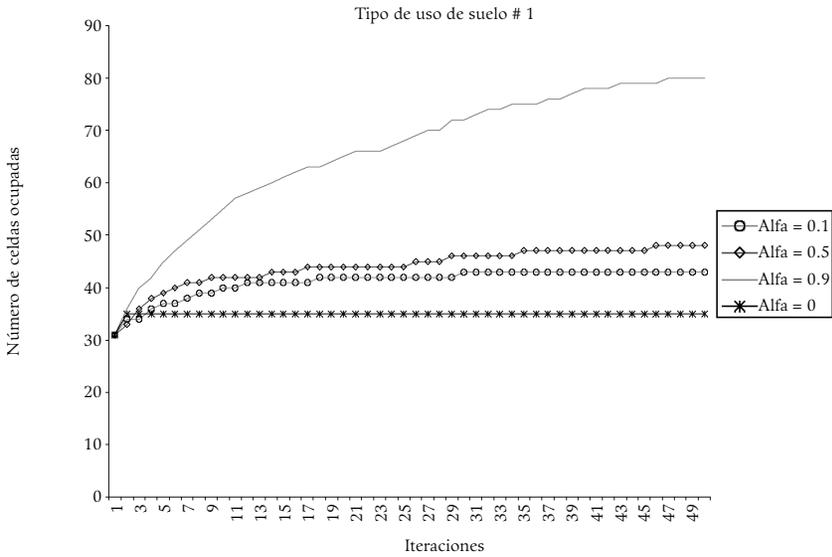
La configuración más aleatoria es (30,30,30), que es el valor esperado dados tres estados equiprobables distribuidos sobre un espacio celular de 90 celdas. Esta configuración tiene una probabilidad asociada de $P(30,30,30) = 0.0091$. Una configuración ordenada tal como (90,0,0), es decir, un autómata con las noventa celdas, todas de un tipo, tiene una probabilidad de $P(90,0,0) = 1.1957 \times 10^{-43}$. Nótese la baja probabilidad de esta configuración respecto a la primera. Si el autómata presenta autoorganización, entonces deberá poder alcanzar configuraciones de muy baja probabilidad en relación con el estado esperado (30,30,30).

En la simulación se partió de una configuración inicial (31, 31, 28), esto es, 31 celdas del tipo habitacional, 31 del tipo comercial y 28 del tipo aleatorio. En las figuras 2, 3 y 4 puede verse el comportamiento de los distintos valores de ocupación alcanzados por los estados durante 50 iteraciones. Se muestra, además, la variación de dichos valores en función del parámetro alfa.

Analizando la probabilidad de las configuraciones en la iteración número 50, se puede ver lo siguiente: En el caso de la configuración (43, 6, 41), que corresponde al valor estocástico $\alpha = 0.1$, la probabilidad es: 1.1698×10^{-10} . Mientras que la probabilidad de la configuración (48,1,41) para $\alpha = 0.5$ es: 4.0991×10^{-10} . Y la probabilidad para la configuración (80,0,10) para $\alpha = 0.9$ es: 6.5544×10^{-31} . Es claro que los valores de las probabilidades para las configuraciones finales del autómata en cada caso tienden a valores cada vez más pequeños respecto a la probabilidad del valor esperado $P(30,30,30) = 0.0091$. Esto es la prueba del proceso de ordenación del autómata celular.

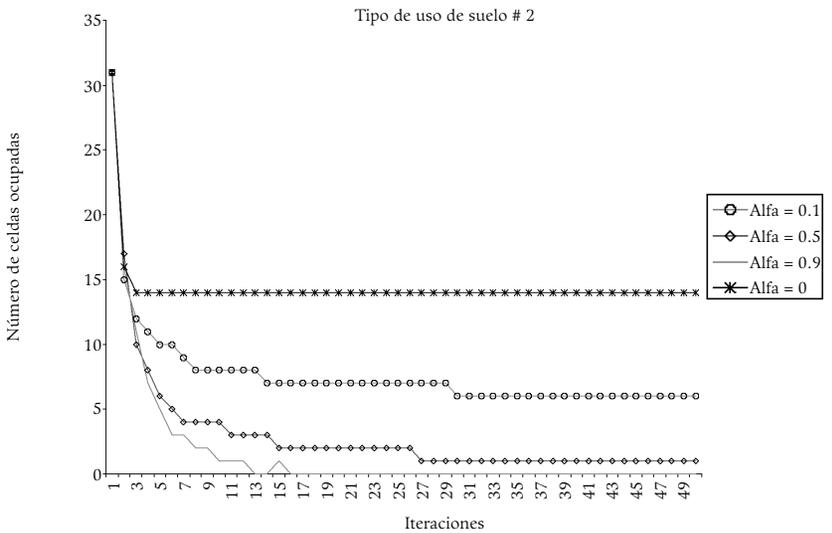
El otro aspecto interesante de la dinámica de los autómatas celulares es el tipo de configuración espacial que pueden alcanzar. Las configuraciones espaciales deben obedecer a la misma dinámica de la densidad de estados. Mas allá de las propiedades estadísticas, se debe considerar los aspectos geométricos de los patrones espaciales generados por la evolución del autómata celular. A pesar de que la

FIGURA 2 EVOLUCIÓN DEL USO DE SUELO HABITACIONAL PARA LOS DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO ALFA



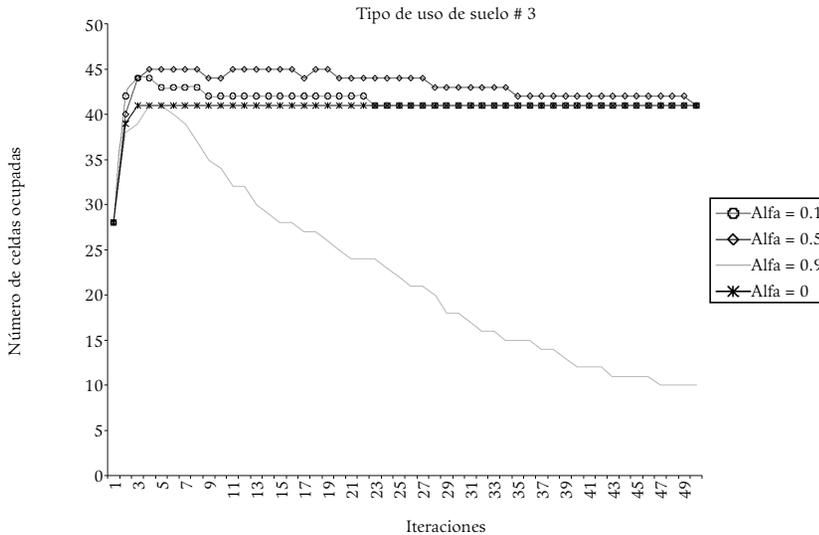
Gráfica elaborada utilizando los resultados generados por SMUSBAC.

FIGURA 3 EVOLUCIÓN DEL USO DE SUELO COMERCIAL PARA LOS DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO ALFA



Gráfica elaborada utilizando los resultados generados por SMUSBAC.

FIGURA 4 EVOLUCIÓN DEL USO DE SUELO INDUSTRIAL PARA LOS DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO ALFA



Gráfica elaborada utilizando los resultados generados por SMUSBAC.

construcción de un autómata celular es discreta, su comportamiento macroscópico durante periodos muy largos y sobre escalas espaciales muy amplias puede ser considerado como una buena aproximación a un sistema continuo. En particular, se pueden formar zonas de sitios correlacionados, con fronteras que exhiben movimientos continuos y deformaciones.

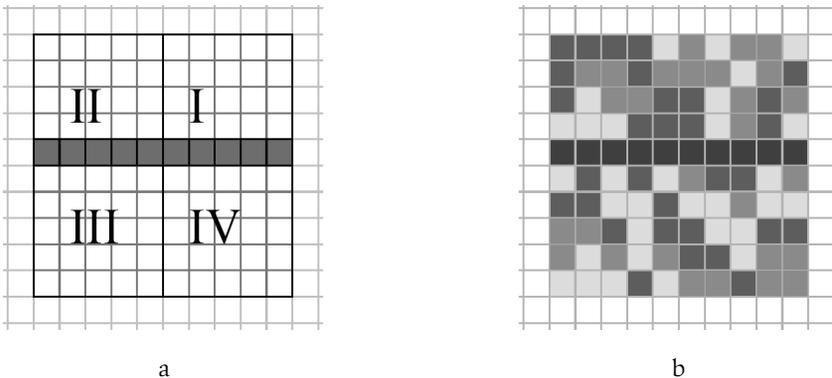
Para estudiar la estructura espacial se dividió el espacio celular en subregiones. Dada una configuración inicial aleatoria, cada una de las subregiones aparecerá con probabilidades iguales o dentro del mismo rango. La evolución del autómata a partir de dicha configuración aleatoria generará desviaciones en las configuraciones que repercutirán en probabilidades extremadamente desiguales en las distintas subregiones. Para calcular la probabilidad de dichas regiones se utilizó una función de probabilidad de tipo de Boltzmann, debido a que dicha función ha demostrado su utilidad en modelos tradicionales de difusión y modelos cuantitativos de comportamientos sociales (Helbing, 1993). La función de probabilidad puede definirse de la siguiente manera. Sea S un sistema compuesto por un conjunto de N subsistemas, s_i . Cada subsistema puede estar en alguno de los estados $\omega_i \in \Omega$, en

donde Ω es el conjunto de todos los estados posibles. Sobre el sistema S se define una partición de tamaño M , esto es, los subsistemas de S se agrupan en conjuntos no vacíos S^k tales que $\bigcup_{k=1}^M S^k = S$ y $\bigcap_{k=1}^M S^k = \emptyset$. La cardinalidad, esto es, el número de subsistema contenidos en cada S^k , está dada por n^k , en donde $\sum_{k=1}^M n^k = N$. Una configuración del sistema S se define por \hat{x} . Donde $\hat{x} = \{s_i | s_i(\omega_j) \forall s_i \in S\}$. Donde $s_i(\omega_j)$ es el estado particular de cada subsistema s_i . La probabilidad de que el sistema S se encuentre en una configuración particular \hat{x} está dada por la ecuación:

$$P(\hat{x}) = \sum_{k=1}^M \frac{n_k}{N} p_k(\hat{x}) \quad (\text{ec. 4})$$

En nuestro problema, se tiene un espacio celular de 10×10 , al cual dividiremos en cuatro regiones, cada una correspondiente a un cuadrante del plano cartesiano (figura 5). Los cuadrantes I y II son de tamaño 5×4 . Mientras que los cuadrantes III y IV son de tamaño 5×5 . La configuración espacial aleatoria correspondiente a (31, 31, 28) está dada en la figura 5b, donde los cuadros gris oscuro representan el uso de suelo comercial, los de color gris claro el uso habitacional, y los de color gris el uso de suelo industrial. El camino es representado por los cuadros más oscuros.

FIGURA 5 CUADRANTES USADOS EN EL ANÁLISIS ESPACIAL DEL AUTÓMATA CELULAR DE WHITE.



En primer lugar, estudiaremos la probabilidad de los subsistemas I, II, III y IV para la configuración inicial aleatoria. Recordemos que la finalidad es observar si existe

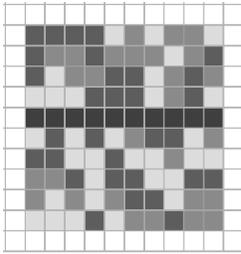
un ordenamiento a partir de una configuración aleatoria. Un ordenamiento de los subsistemas se traducirá en un alejamiento de la probabilidad de la configuración aleatoria. La configuración inicial tiene las siguientes características para los cuadrantes I, II, III y IV, respectivamente. Sobre la base de estas distribuciones, se calcula la probabilidad en función de la distribución de los estados para cada cuadrante. En el caso de la distribución inicial, se tienen las siguientes probabilidades: $P_1(6,4,10) = 0.0111$, $P_2(5,8,7) = 0.0286$, $P_3(12,7,6) = 0.0105$, $P_4(8,8,9) = 0.0310$. Entonces, la probabilidad de todo el sistema está dada por:

$$P_s = \frac{20}{90}P_1 + \frac{20}{90}P_2 + \frac{25}{90}P_3 + \frac{25}{90}P_4 = 0.0466 \text{ (ec. 6)}$$

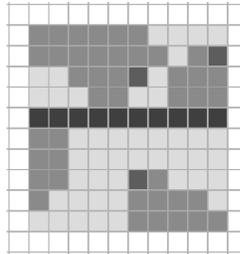
Ahora, para el autómata en su forma determinista, esto es, para $\alpha = 0$, la dinámica lo hace evolucionar a configuraciones cuyas probabilidades para cada cuadrante son, respectivamente: $P_1(5,7,12) = 0.0020$, $P_2(5,2,13) = 0.0005$, $P_3(15,3,7) = 0.0005$ y $P_4(10,6,9) = 0.0193$. La probabilidad de todo el sistema está dada por $P_s = 0.0061$. Nótese que no existe una diferencia sustancial en la probabilidad de la configuración inicial y la final.

Lo que ahora nos interesa es saber cómo evoluciona espacialmente el autómata en los casos donde el parámetro α es distinto de cero (siempre para la iteración número 50). En el caso de $\alpha = 0.1$, las probabilidades asociadas son, respectivamente: $P_1(4,3,13) = 0.0008$, $P_2(5,2,13) = 0.0005$, $P_3(19,1,5) = 1.2541 \times 10^{-6}$, $P_4(10,2,6) = 0.0006$. La probabilidad total de la configuración final es: $P_s = 0.0005$. Para el caso $\alpha = 0.5$, la probabilidad de la configuración final total es $P_s = 0.0001$. Mientras que para el caso de $\alpha = 0.9$, la probabilidad total es $P_s = 1.3599 \times 10^{-10}$. Puede notarse, una vez más, que al aumentar el valor del parámetro alfa, el autómata celular tiende a ordenarse cada vez más. Un ejemplo de la ordenación espacial se da en las figuras 6 y 7.

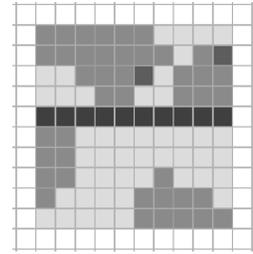
FIGURA 6 VISUALIZACIÓN DE EVOLUCIONES PARA $\alpha = 0.9$



Evolución 0

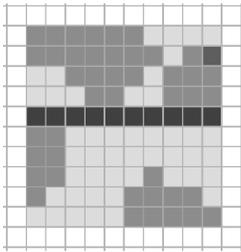


Evolución 10

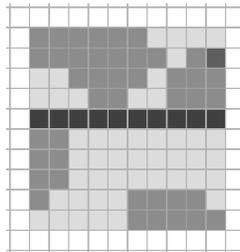


Evolución 20

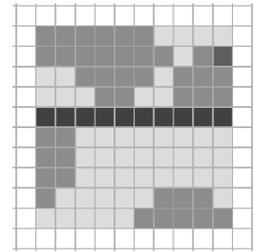
FIGURA 7 VISUALIZACIÓN DE EVOLUCIONES PARA $\alpha = 0.5$



Evolución 30



Evolución 40



Evolución 50

■ Conclusiones y trabajo futuro

El modelo de White, a pesar de ser extremadamente simple en su formulación y no considerar más que aspectos puramente geográficos y empíricos, tiene una dinámica sumamente realista. Los usos de suelo, que en un principio están distribuidos de forma aleatoria a lo largo del espacio celular, se ordenan conforme evoluciona el modelo. No obstante, debe notarse que los usos de suelo habitacional e industrial prevalecen sobre el comercial, lo que puede no parecer realista. Sin embargo, este comportamiento cambia cuando se modifican los valores de los parámetros de peso y/o accesibilidad. Es importante destacar el ordenamiento espacial que logra el modelo. Además, nótese que los comportamientos más ordena-

dos se logran en circunstancias de alta variabilidad estocástica, esto es, parámetros alfa extremadamente altos.

El modelo de White tiene gran potencialidad como herramienta modélica, ya que puede usarse una elevada resolución espacial y proponer gran variedad de procesos, siempre a una escala micro. Los usos de suelo pueden ampliarse, y permitir la construcción de modelos más realistas. Asimismo, los niveles de interacción espacial pueden acrecentarse ampliando el tamaño y forma de la vecindad de cada celda. Por último, las iteraciones pueden representar distintos niveles de tiempo real.

No obstante las bondades del modelo de White, quedan todavía muchas preguntas sin responder. ¿Qué tan sensible es el modelo a cambios en los parámetros no estocásticos? ¿Por qué se presenta la ordenación en la densidad de los estados para valores elevados del parámetro α ? ¿Es el autómata sensible al tamaño, esto es, qué pasa cuando se tienen espacios celulares muy grandes? ¿Qué pasa si en vez de una vecindad de Moore se utiliza una vecindad de von Neumann o una de Margolus? En trabajos futuros se tratará de contestar estas interrogantes.

En términos generales, creemos que los autómatas celulares constituyen una herramienta útil para desarrollar modelos realistas de ciudades. Además, la formulación de los modelos basados en autómatas celulares impulsa la comprensión teórica más profunda, que capture y trabaje con el detalle y la complejidad que caracterizan las ciudades reales.

■ Referencias

- AGUILERA, A., "Simulaciones multiagentes de ambientes urbanos", *Vetas. Revista de El Colegio de San Luis*, núm. 5, mayo-agosto, 2000, pp. 205-224.
- BALCHIN, P.N., Bull, G. H. y Kieve, J.L., *Urban land economics and public policy*, Fifth Edition, London: MacMillan Press, 1995.
- BATTY, M. y Xie, Y., "From Cells to Cities", *Environment and Planning B* 21, 31-48, 1994.
- , "Possible cellular automata", en Besussi, E. y Cecchini, A. (eds.), *Artificial Worlds and Urban Studies*, Venice: DAEST, 1996, pp. 191-220.
- BAZANT, J., *Manual de Diseño Urbano*, México, Trillas, 1983.

- CECCHINI, A., "Approaching generalized urban automata with help! On line (AUGH)", Bessusi, E. y Cecchini, A. (eds.), *Artificial Worlds and Urban Studies*, Venice: DAEST, 1996, pp. 231-248.
- CECCHINI, A. y Viola, F., "Eine stadtbausimulation", *Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen* 36(4), 159-162, 1990.
- CLARKE, K.C., Hoppen, S. y Gaydos, L., "Methods and techniques for rigorous calibration of a cellular automaton model of urban growth", *Third International Conference/Workshop on Integrating GIS and Environmental Modeling*, Santa Fe, Nuevo México, enero, 21-25, 1996, Santa Bárbara: National Center for Geographic Information and Analysis.
- COUCLELIS, H., "Cellular worlds: a framework for modeling micro-macro dynamics", *Environment and Planning, A* 17, 585-596, 1985.
- , "Macrostructure and microbehavior in a metropolitan area", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 16, 141-154, 1989.
- , "From cellular automata to urban models: new principles for model development and implementation", en Bessusi, E. y Cecchini, A. (eds.), *Artificial Worlds and Urban Studies*, Venice: DAEST, 1996, pp. 165-190.
- ENGELEN, G., White, R. y Uljee, I., "Integrating constrained cellular automata models, GIS y decision support tools for urban and regional planning and policy making", en Timmermans, H. (ed.), *Decision Support Systems in Urban Planning*, London: E y FN Spon, 1997, pp. 125-155.
- HARVEY, J., *Urban land economics*. Fifth Edition. London: MacMillan Press, 2000.
- HELBING, D., "Boltzmann-like and Boltzmann-Fokker-Plank equations as a foundation of behavioral models", *Physica A* 196, 546-573, 1993.
- MUNIZAGA, G., *Diseño Urbano: Teoría y Método*, 2ª Edición, Universidad Católica de Chile y Alfaomega Grupo Editor, México, 2000.
- NAGEL, K. y Schreckenberg, M., "A cellular automaton model for freeway traffic". *J. Physique I*, 2, 2221-2229, 1992.
- PORTUGALI, J., Benenson, I. y Omer, I., "Socio-spatial residential dynamics: stability and instability within a self-organizing city", *Geographical Analysis* 26, 321-340, 1994.
- PORTUGALI, J. y Benenson, I., "Artificial planning experience by means of a heuristic cell-space model simulating international migration in the urban process", *Environment and Planning, A* 27, 1647-1665, 1995.

- SICHIROLLO, S., "L'uso degli automi cellulari nello studio delle trasformazioni dei valori del mercato immobiliare: la città di Mestre", *Cronache Ca'Tron* 8/96, Dipartimento di Analisi Economica e Sociale del Territorio, Istituto Universitario di Architettura dell'Università di Venezia, 1996.
- SCHADSCHNEIDER, A. y Schreckenber, M., "Cellular automaton models and traffic flow", *Journal of Physics A*, vol. 26, @L679, 1993.
- SPIEKERMANN, K. And Wegener, M., *Freedom from the tyranny of zones: Towards new GIS-based spatial models*, artículo presentado en The GIS-DATA Speacilitits Meeting, Früberghs Herrgård, Suecia, 14-18 de junio, 1995.
- TAKEYAMA, M., "Geocellular: a general platform for dynamic spatial simulation", en Besussi, E. y Cecchini, A. (eds.), *Artificial Worlds and Urban Studies*, Venice: DAEST, 1996, pp. 347-364.
- TOBLER, W., "A transformational view of cartography", *The American Carthographer*, 6, 101-106, 1979a.
- , "Cellular geography", en Gale, S. y Olsson, G. (eds.), *Philosophy in Geography*, 379-386, 1979b.
- VON NEUMMAN, J., *Theory of self-reproducing automata*, editado por A.W. Burks, Illinois, University of Illinois Press, Urbana, 1966.
- WHITE, R., "Cities and Cellular Automata", *Discrete Dynamics in Nature and Society*, vol. 2, 111-125, 1998.
- WHITE, R. y Engelen, G., "Cellular dynamics and GIS: modelling spatial complexity", *Geographical Systems*, 1, 237-253, 1993a.
- , "Fractal urban land use patterns: a cellular automata approach", *Environment and Planning, A* 25, 1175-1199, 1993b.
- , "Urban systems dynamics and cellular automata: fractal structures between order and chaos", *Chaos, Solitons, and Fractals*, 4, 563-583, 1994.
- , "Multi-scale spatial modelling of self-organizing urban systems", en G. Schweitzer, F. y Haken, H. (eds.), *Self-Organization of Complex Structures: from Individual to Collective Dynamics*, Gordon and Breach, 1997, pp. 519-535.
- WHITE, R., Engelen, G. y Uljee, I., "The use of constrained cellular automata for high-resolution modelling of urban land-use dynamics", *Environment and Planning, B* 24, 323-343, 1997.
- WILSON, A.G., *Geografía y Planteamiento Urbano y Regional*, Barcelona, Colección Urbanismo, Oikos-Tau, 1980.